

Exercice 2 : QUAND LES ASTROPHYSICIENS VOIENT ROUGE... (7 points)

La mesure du déplacement vers le rouge, par effet Doppler, de raies caractéristiques des spectres émis par des sources lointaines (galaxies, quasars etc...) est la preuve d'un univers en expansion, aussi bien que le moyen de mesurer la vitesse d'éloignement de ces objets lointains. En faisant appel à des modèles cosmologiques, on peut tirer des informations sur la distance de ces sources à la Terre.

D'après Boratav & R. Kerner, *Relativité*, Ellipse, 1991

Dans cet exercice, on se propose de déterminer la vitesse d'éloignement d'une galaxie puis sa distance par rapport à un observateur terrestre.

Les documents utiles à la résolution sont donnés aux pages 6, 7 et 8.

L'effet Doppler (voir document 1)

Pour des vitesses largement inférieures à la célérité c de la lumière, on se place dans le cadre non-relativiste. Choisir, en justifiant, la relation entre λ_0 , la longueur d'onde mesurée en observant une source immobile, et λ' , la longueur d'onde mesurée en observant la même source s'éloignant à la vitesse v :

1. (1) $\lambda' = \frac{v}{c} \cdot \lambda_0$ (2) $\lambda' = \lambda_0(1 - \frac{v}{c})$ (3) $\lambda' = \lambda_0(c - v)$ (4) $\lambda' = \lambda_0(1 + \frac{v}{c})$

L'équation **(3) n'est pas homogène**, donc impossible. $[L] \neq [L] \times [V]$

Les longueurs d'onde doivent vérifier que : $\lambda' > \lambda_0$. La vitesse de la lumière c étant **plus grande** que la vitesse de déplacement de la source v , les équations **(1) et (2) ne conviennent pas**.

Seul l'équation **(4) est cohérente**.

2. Détermination de la vitesse d'une galaxie

Rechercher les longueurs d'onde des raies H_{α} , H_{β} et H_{γ} pour le spectre de l'hydrogène sur Terre et les longueurs d'onde de ces mêmes raies lorsqu'elles sont issues de la galaxie TGS153Z170. Compléter les deux premières colonnes du tableau donné en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** à la page 8.

(Voir annexe)

Choix du modèle d'étude

- 2.1.1. En se plaçant dans le cadre non-relativiste montrer que l'expression de la vitesse v de la galaxie est : $v = c(\frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1)$.

D'après l'équation (4) $\lambda' = \lambda_0(1 + \frac{v}{c})$

soit aussi : $\lambda' = \lambda_0(\frac{c+v}{c})$

ou $c \times \lambda' = \lambda_0(c + v)$

$$c \times \lambda' = \lambda_0 \times c + \lambda_0 \times v$$

$$\lambda_0 \times v = -\lambda_0 \times c + c \times \lambda'$$

$$v = -c + c \times \frac{\lambda'}{\lambda_0}$$

$$\text{donc : } v = c(\frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1) \quad \text{cqfm}$$

2.1.2. Calculer la valeur de la vitesse de la galaxie TGS153Z170 en travaillant avec les valeurs de la raie H_β . On donne la relation d'incertitude suivante pour la vitesse : $\Delta v = \sqrt{2}c \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$. On exprimera le résultat sous la forme : $v \pm \Delta v$. Les valeurs numériques sur les spectres sont données à $\Delta \lambda = 2 \text{ nm}$ près.

$$v = c \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1 \right).$$

AN : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ $\lambda_0 = 486 \text{ nm}$ $\lambda' = 507 \text{ nm}$

$$v = (1,30 \pm 0,167) \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

2.1.3. Dans le cadre relativiste ($v \approx c$), on montre que la vitesse v_{rel} a pour expression :

$$v_{rel} = c \cdot \frac{\left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\lambda'}{\lambda_0}\right)^2 + 1}. \text{ Pour la galaxie TGS153Z170, on trouve } v_{rel} = (1,27 \pm 0,09) \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

Si l'écart relatif E_r entre les deux vitesses précédemment calculées est inférieur à 5%, on peut choisir le modèle non relativiste plus simple à utiliser. Justifier le choix du modèle non-relativiste pour la suite de l'exercice.

$$E_r = \frac{|v - v_{rel}|}{v}$$

AN :

$$E_r = 2,31\%$$

L'écart relatif $E_r = 2,31\%$ est bien **inférieur au 5%** donc la **vitesse** peut être considérée comme **non relativiste**.

Décalage vers le rouge

2.1.4. En comparant les longueurs d'onde λ_0 et λ' , justifier l'expression « décalage vers le rouge ».

Les longueurs d'onde de la source qui s'éloigne λ' sont **toujours plus grandes** que celles correspondantes de la source fixe λ_0 . Elles se **décalent** donc vers de **plus grandes valeurs**, c'est à dire vers les **couleurs rouges**.

2.1.5. On définit le décalage spectral relatif z défini par $z = \frac{\lambda' - \lambda_0}{\lambda_0}$. On montre que z ne dépend pas de la raie choisie. Compléter la troisième colonne du tableau donné en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** à la page 8.

(Voir annexe)

2.1.6. En déduire la meilleure estimation de z pour la galaxie TGS153Z170.

La meilleure estimation de z est la moyenne de ses valeurs :

$$z = \frac{0,0412+0,0432+0,0392}{3} = 0,0412$$

2.1.7. À l'aide de la définition de z montrer que $z = \frac{v}{c}$.

$$\text{Par définition : } z = \frac{\lambda' - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1$$

$$\text{Et d'après la question 2.2.1. : } v = c \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1 \right)$$

$$\text{Donc : } v = c \times z$$

$$\text{On retrouve bien : } z = \frac{v}{c}. \quad \text{cqfm}$$

2.1.8. Calculer la nouvelle valeur de la vitesse d'éloignement de la galaxie. Expliquer pourquoi cette valeur est plus pertinente que celle calculée à la question 2.2.2.

$$\text{D'après la question précédente : } v = c \times z$$

$$\text{AN : } c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1} \quad z = 0,0412$$

$$v = 1,24 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

Cette valeur est **plus pertinente** que celle calculée à la question 2.2.2. car **elle se repose sur 3 mesures** au lieu d'**1 seule**.

Détermination de la distance d'une galaxie

En 1929, Edwin Hubble observe depuis le Mont Wilson aux USA le décalage Doppler de dizaines de galaxies. Ses mesures lui permettent de tracer le diagramme qui porte son nom. Il en déduit une relation simple entre la vitesse d'éloignement v d'une galaxie et sa distance d par rapport à la Terre: $v = H.d$ où H est la constante de Hubble.

2.1.9. Déterminer la valeur de la constante de Hubble H en $\text{km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$.

H est le **coefficient directeur** de la **droite passant par l'origine** du **Document 5** : Diagramme de Hubble

Je prends, sur la droite, les points **A(0, 0)** et **B(500 Mpc, $3,2 \times 10^4 \text{ km.s}^{-1}$)**

Je mesure un coefficient directeur de : **$H = 64 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$**

2.1.10. Établir l'expression de la distance d de la galaxie à la Terre en fonction de c , z et H . En déduire la distance en Mpc de la galaxie TGS153Z170 à la Terre.

$$\text{D'après la question 2.3.4. : } z = \frac{v}{c} \text{ et d'après la question 2.4.1. } v = H.d$$

Donc :
$$d = \frac{z \times c}{H}$$

AN : $c = 3,00 \times 10^5 \text{ km.s}^{-1}$ $z = 0,0412$ $H = 64 \text{ km.s}^{-1} . \text{Mpc}^{-1}$

$$d = 193 \text{ Mpc}$$

Comparaison des spectres de deux galaxies

2.1.11. Lequel des spectres des galaxies TGS153Z170 et TGS912Z356 est un spectre d'absorption ?

Le spectre **Document 4** de la galaxie **TGS912Z356** est un **spectre d'absorption**, car on observe des **pics dirigés vers le bas**, contrairement aux pics d'émission de l'hydrogène **Document 2**

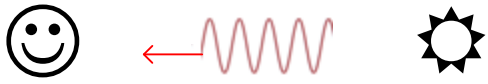

2.1.12. De ces deux galaxies, laquelle est la plus éloignée de la Terre ? Justifier.

Les **longueurs d'ondes** correspondantes à l'hydrogène provenant de la galaxie TGS912Z356 sont **plus grande** que pour la galaxie TGS153Z170. Elles sont encore plus décalées vers le rouge. La **galaxie TGS912Z356** se déplace plus vite et est donc **plus éloignée** de la Terre que la galaxie TGS153Z170.

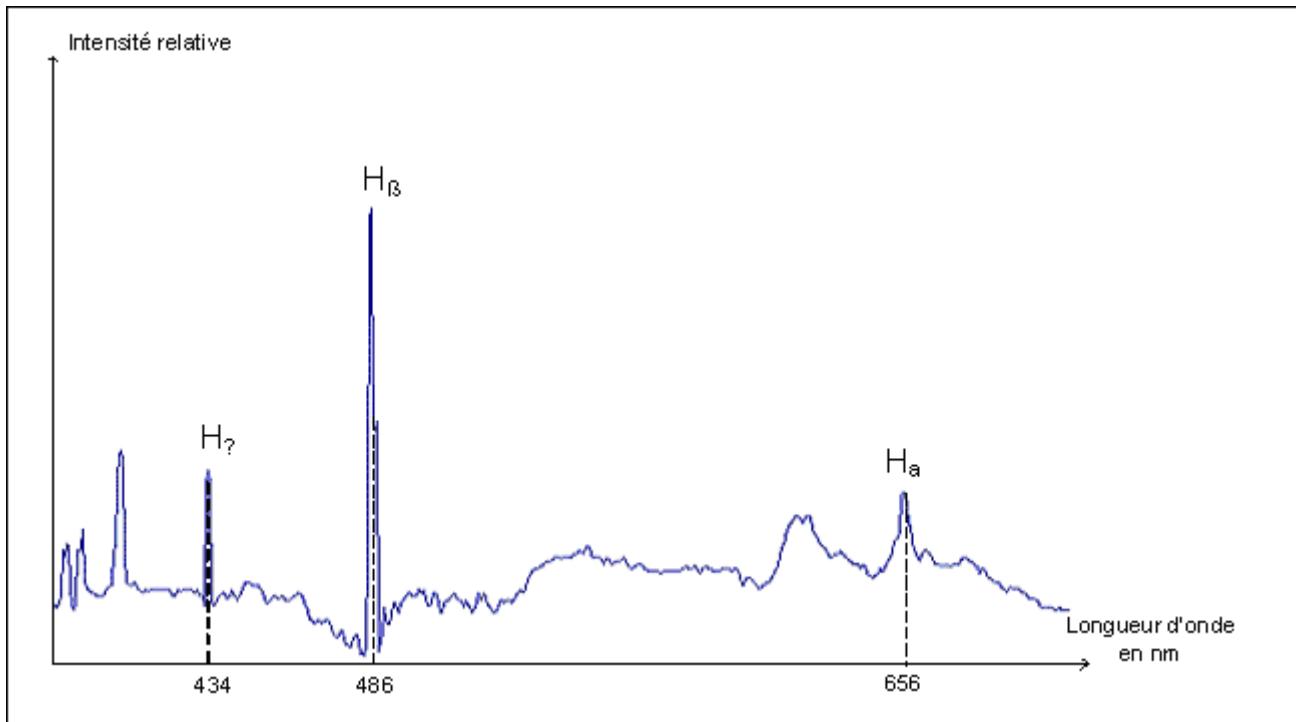
Données :

1. vitesse de propagation la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
2. Le parsec est une unité de longueur utilisée par les astronomes de symbole pc : $1 \text{ pc} = 3,08 \times 10^{16} \text{ m}$

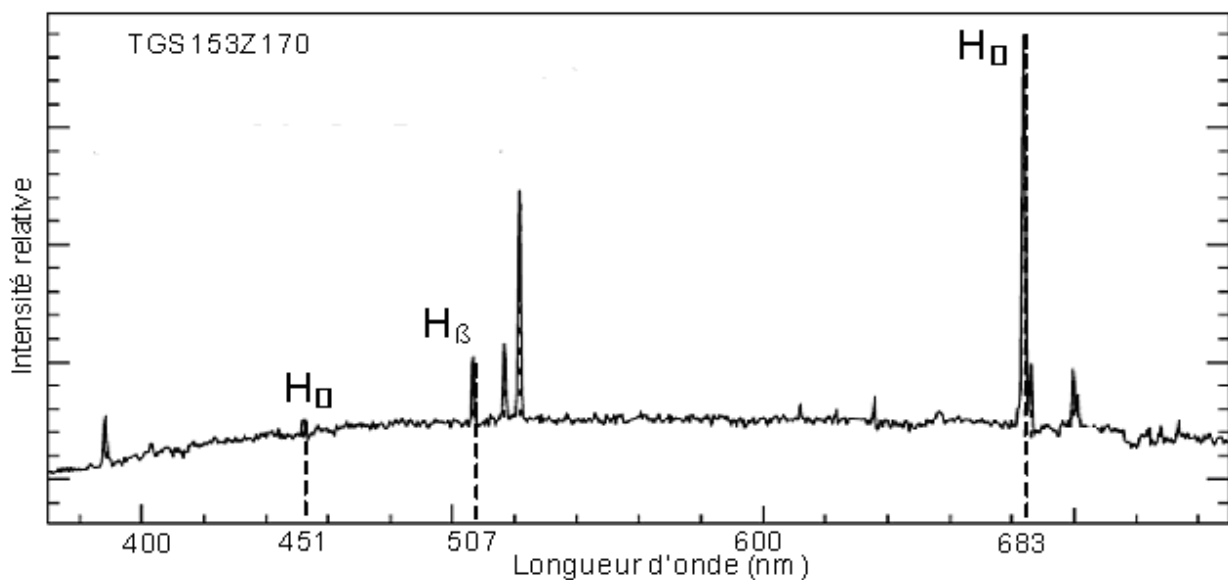
Document 1 : Principe de l'effet Doppler.

 <p style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> observateur source </p>	 <p style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> observateur source </p>
<p>L'observateur mesure la longueur d'onde λ_0 du signal lumineux émis par une source immobile.</p>	<p>L'observateur mesure la longueur d'onde λ' du signal lumineux émis par la même source s'éloignant à la vitesse v. On obtient $\lambda' > \lambda_0$.</p>

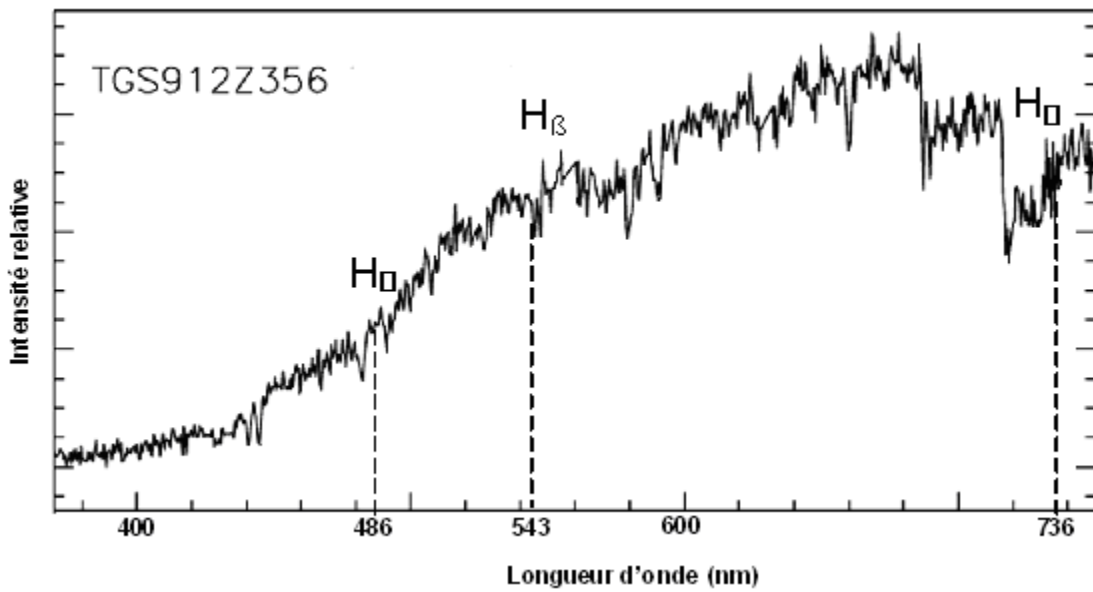
Document 2 : Spectre d'émission de l'hydrogène mesuré sur Terre obtenu avec une source présente au laboratoire.



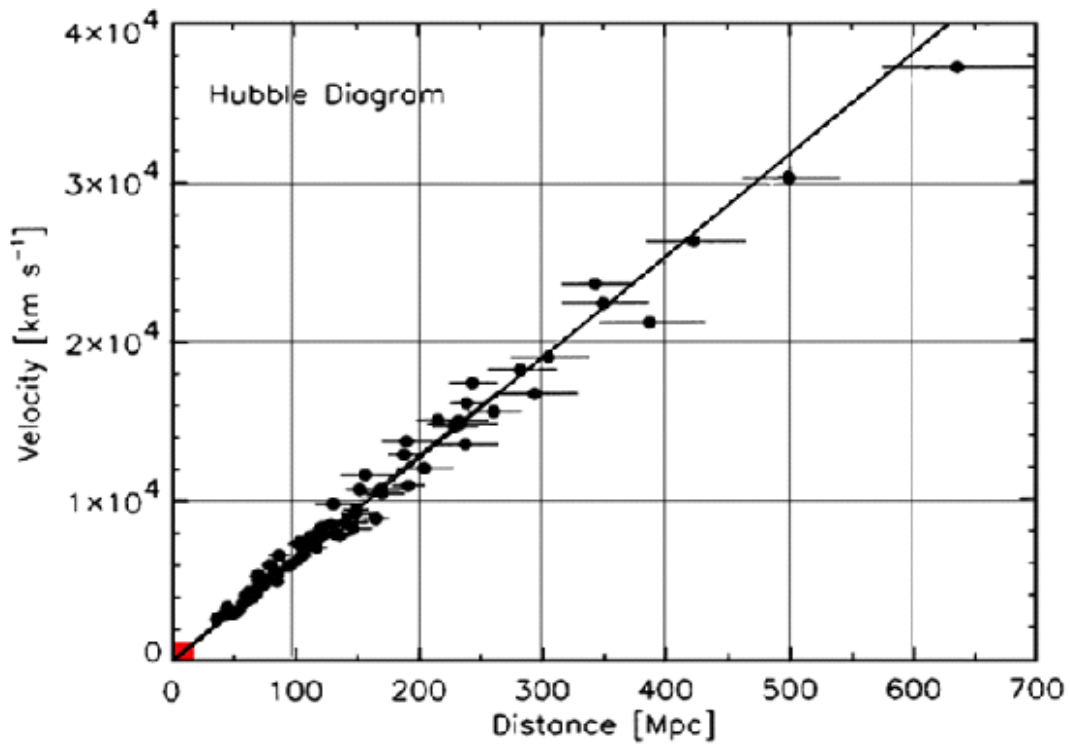
Document 3 : Spectre de la galaxie TGS153Z170 avec indexage des raies (source M. Colless et al. *The 2dF Galaxy Redshift Survey: spectra and redshifts*, Mon. Not. R. Astron. Soc. 328, 1039–1063 (2001))



Document 4 : Spectre de la galaxie TGS912Z356 avec indexage des raies (source M. Colless et al., *The 2dF Galaxy Redshift Survey: spectra and redshifts*, Mon. Not. R. Astron. Soc. 328, 1039–1063 (2001))



Document 5 : Diagramme de Hubble (source Kirshner R P PNAS 2004;101:8-13)



ANNEXES À RENDRE AVEC LA COPIE**ANNEXE DE L'EXERCICE II**

Nom de la raie	Longueur d'onde de référence λ_0 (nm)	Longueur d'onde mesurée λ' (nm)	Décalage spectral relatif z
H $_{\alpha}$	656	683	0,0412
H $_{\beta}$	486	507	0,0432
H $_{\gamma}$	434	451	0,0392