Exercices p 285 CH14 Modélisation de l'écoulement d'un fluide

qcm

1 La poussée d'Archimède

Si erreur, revoir § 1 p. 281

1. La poussée d'Archimède exercée sur un corps immergé dans un fluide est due :	aux forces pressantes exercées par le fluide.	au poids du corps immergé.	à la forme du corps immergé.
2. La poussée d'Archimède :	est verticale.	est orientée vers le bas.	a une valeur qui s'exprime en newton.
3. La poussée d'Archimède $\vec{F}_p$ exercée sur un houlographe de volume V_{im} immergé dans l'eau a pour expression : 	$-\rho_{houlo} \times V_{im} \times \vec{g}$	$\rho_{eau} \times V_{im} \times \vec{g}$	$-\rho_{eau} \times V_{im} \times \vec{g}$
4. Dans la station ISS, spationautes et objets sont en état d'« impesanteur ». Les bulles d'une bouteille d'eau gazeuse ouverte :	montent à la surface.	restent sur place.	descendent au fond de la bouteille.

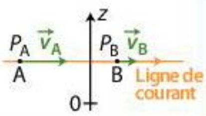
2 La conservation du débit volumique

Si erreur, revoir § 2 p. 282

5. Le débit volumique D_v d'un fluide qui traverse, pendant la durée Δt, la section S d'un tube avec une vitesse de valeur v a pour expression :	$D_v = \frac{v}{\Delta t}$	$D_v = S \times v$	$D_v = \frac{v}{S}$
6. Le débit volumique se conserve systématiquement pour :	un fluide incompressible en régime permanent indépendant du temps.	un gaz en régime permanent indépendant du temps.	un liquide en régime permanent indépendant du temps.
7. Un fluide incompressible, dont le débit volumique se conserve, a une vitesse dont la valeur diminue :	lorsque la section S du tube qu'il traverse diminue.	lorsque la section S du tube qu'il traverse augmente.	indépendamment de la section S du tube qu'il traverse.

3 La relation de Bernoulli $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P = cte$

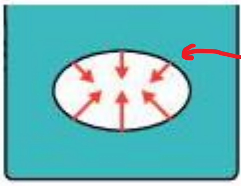
Si erreur, revoir § 3 p. 283

8. Dans la relation de Bernoulli donnée en haut de page :	ρ s'exprime en $kg \cdot L^{-1}$; v en $m \cdot s^{-1}$; z en m ; P en bar.	ρ s'exprime en $kg \cdot m^{-3}$; v en $km \cdot h^{-1}$; z en km ; P en bar.	ρ s'exprime en $kg \cdot m^{-3}$; v en $m \cdot s^{-1}$; z en m ; P en Pa.
9. Entre deux positions A et B, la relation de Bernoulli s'écrit :	$\frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$	$\rho \times \left(\frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2}\right) = \rho \times g \times (z_A - z_B) + (P_A - P_B)$	$\frac{1}{2}\rho \times g \times z_A + \rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho \times g \times z_B + \rho \times v_B^2 + P_B$
10. D'après ce schéma à l'échelle, on a : 	$P_A < P_B$	$P_A = P_B$	$P_A > P_B$

Ex 4

4 Comprendre l'origine de la poussée d'Archimède

| Exploiter des informations.



Forces pressantes

Un corps est immergé dans un fluide.

1. Que représentent les flèches ?

2. À quoi la somme de ces forces correspond-elle ? Poussée d'Archimède

Ex 6

6 Définir la poussée d'Archimède

| Mobiliser et organiser ses connaissances.

1. Quels sont la direction, le sens et la valeur de la poussée d'Archimède que subit un corps immergé dans un fluide ?

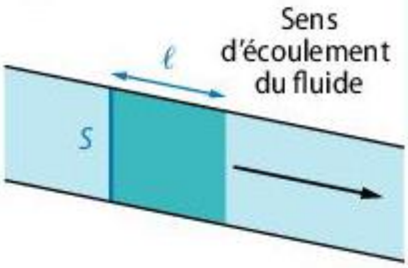
- Verticale
- Vers le haut
- Poids du fluide déplacé

2. Exprimer vectoriellement la poussée d'Archimède en explicitant chaque grandeur et son unité.

Ex 8

8 Exprimer le débit volumique d'un fluide

| Exploiter des informations.



Un élément de fluide traverse une section de surface S et se déplace d'une distance ℓ pendant une durée Δt.

1. Que représente le volume colorié en turquoise ?

2. Exprimer le débit volumique de ce fluide à l'aide des notations du texte.

$$\vec{F_p} = -\rho_{fluide} \times V_{immergé} \times \vec{g}$$

Ex 10

10 Comparer des valeurs de vitesse

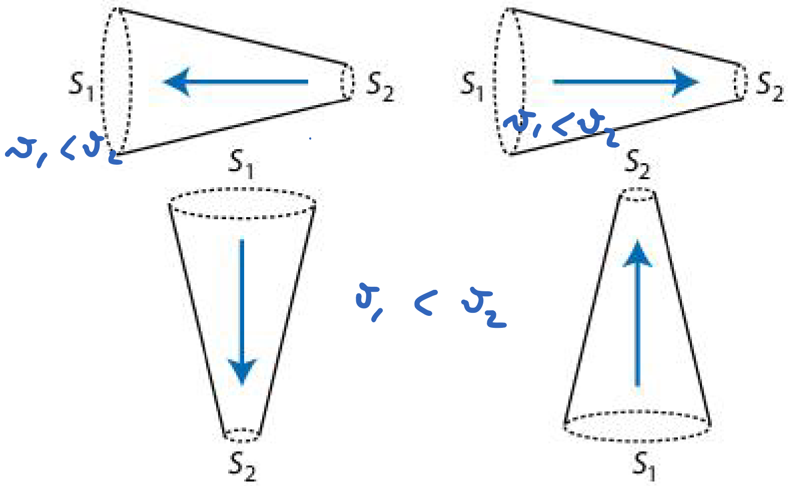
| Utiliser un modèle pour prévoir.

On appelle v_1 et v_2 les valeurs de vitesse d'écoulement du fluide respectivement à travers les sections de surfaces S_1 et S_2. Le fluide est supposé incompressible.
Les flèches représentent le sens d'écoulement du fluide en régime permanent indépendant du temps.

D_V = constante

$\Rightarrow D_{V_1} = D_{V_2}$

$S_1 \cdot v_1 = S_2 \, v_2$



• Comparer v_1 et v_2 dans les situations schématisées.

Ex 12

12 Exploiter qualitativement la relation de Bernoulli

| Utiliser un modèle pour prévoir.

• À l'aide de la relation de Bernoulli, compléter les phrases suivantes, les positions A et B étant situées sur une même ligne de courant.

a. Si $v_A > v_B$ et si $z_A = z_B$, alors la pression P_A à la position A est ...$< P_B$

b. Si $v_A < v_B$ et si $P_A = P_B$, alors la coordonnée verticale z_A est ...$> z_B$

c. Si $v_A = v_B$ et si $z_A < z_B$, alors la pression P_A à la position A est ...$> P_B$

Donnée

On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

Ex 14

14 Exploiter la relation de Bernoulli (2)

| Effectuer des calculs.

- Sachant que $\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$, calculer la valeur v_B de la vitesse de l'eau s'écoulant entre A et B.

Données

- En A, $v_A = 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $z_A = 0{,}50$ m et $P_A = 1{,}20 \times 10^5$ Pa.
- En B, $z_B = 0{,}75$ m et $P_B = 1{,}10 \times 10^5$ Pa.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1{,}0 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Bernoulli $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\rho . v_A^2 + \rho . g . z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho . g . z_B + P_B$

$\Rightarrow$ $v_B = \left(v_A^2 + 2g(z_A - z_B) + \frac{2 \times (P_A - P_B)}{\rho_{eau}}\right)^{1/2}$

$v_B = \left((2{,}0)^2 + 2 \times 9{,}8 \times (0{,}50 - 0{,}75) + \frac{2}{1{,}0 \times 10^3} \times (1{,}20 \times 10^5 - 1{,}10 \times 10^5)\right)$

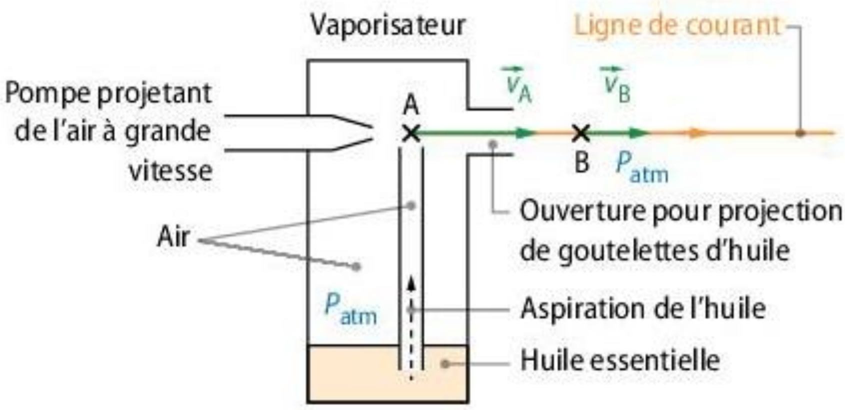
$v_B = \underline{\underline{4{,}4\ m\,s^{-1}}}$

Ex 16

16 Tester la relation de Bernoulli

| Rédiger une explication.

• Justifier que l'huile essentielle du vaporisateur schématisé ci-dessous est aspirée jusqu'en A.



Donnée

On admet que la relation de Bernoulli s'applique :

$$\frac{1}{2}\rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

Le schéma indique que $v_A > v_B$

et $z_A = z_B$.

D'après Bernoulli $\Rightarrow$ $P_B > P_A$

Dans le flacon la pression est de $P_{atm} = P_B$

$\Rightarrow$ $P_A < P_{atm}$

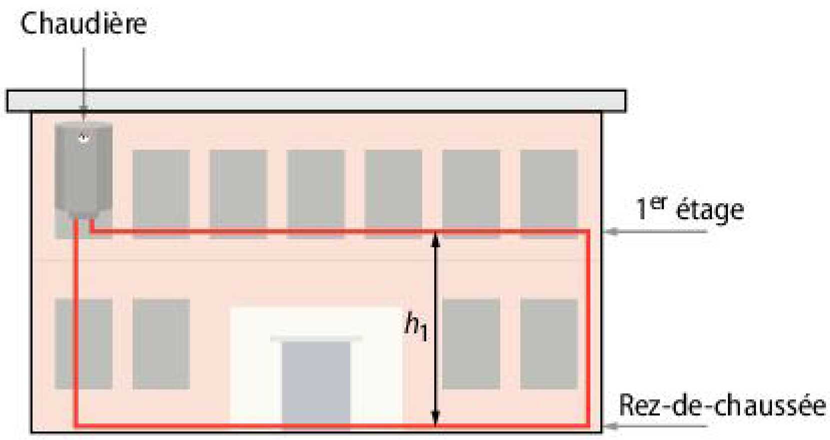
$\Rightarrow$ L'huile essentielle est donc aspirée vers A.

Ex 20

20 Chauffage central

| Exploiter des informations ; effectuer des calculs.

Dans un bâtiment industriel à un étage, équipé d'une installation de chauffage central, l'eau s'écoule en circuit fermé dans les canalisations suivant le schéma ci-après. L'eau est considérée comme un fluide incompressible.
Les diamètres intérieurs des canalisations du rez-de-chaussée et du premier étage sont notés respectivement d_0 et d_1.
En hiver, quand le chauffage fonctionne, la valeur v_0 de la vitesse d'écoulement de l'eau au rez-de-chaussée est égale à 1,3 $m \cdot s^{-1}$ et le débit volumique de l'eau est $D_v = 4{,}1 \times 10^{-4}\ m^3 \cdot s^{-1}$.



1. Calculer le diamètre d_0 de la canalisation installée au rez-de-chaussée.

2. Quel est le débit volumique au premier étage ?

3. Calculer la valeur v_1 de la vitesse de l'eau dans les canalisations du premier étage.

4. La pression de l'eau P_0 dans les canalisations au rez-de-chaussée est égale à 1,5 bar.
Calculer la pression P_1 de l'eau dans les canalisations du premier étage du bâtiment en utilisant la relation de Bernoulli.

5. En été, le chauffage est arrêté ; la pression de l'eau dans les canalisations au rez-de-chaussée est toujours P_0. La loi fondamentale de la statique des fluides incompressibles, $P_B - P_A = \rho \times g \times (z_A - z_B)$, s'applique.
Calculer la pression $P_{1,\text{été}}$ en été au premier étage.

6. Plus une canalisation est soumise à une force pressante intense, plus sa longévité diminue.
Quelle période de l'année impacte le plus la longévité des canalisations ?

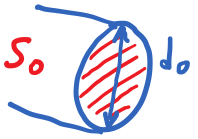
Données

- On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible comme l'eau en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- Masse volumique de l'eau, supposée la même aux deux températures : $\rho_{\text{eau}} = 1{,}0 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- $d_1 = 15\ \text{mm}$.
- $h_1 = 4{,}8\ \text{m}$.
- $1\ \text{bar} = 1 \times 10^5\ \text{Pa}$.

1. Diamètre interne de la canalisation au rez-de-chaussée.



$$S_0 = \pi \left(\frac{d_0}{2}\right)^2$$

Débit volumique : $D_v = S_0 \times v_0$

$$\Rightarrow d_0 = \sqrt{\frac{4 D_v}{v_0 \times \pi}}$$

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 \times 4{,}1 \times 10^{-4}}{1{,}3 \times \pi}}$$

$$\underline{\underline{d_0 = 2{,}0 \text{ cm}}}$$

2. Débit volumique au premier étage
L'eau étant incompressible et le régime étant permanent le débit volumique est le même qu'au rez-de-chaussée.

3. Vitesse de l'eau au premier étage.

$$D_V = S_1 \times v_1$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{D_V}{S_1}$$

$$\boxed{v_1 = \frac{D_V}{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}}$$

$$= \frac{4{,}1 \times 10^{-4}}{\pi \times \left(\frac{15 \times 10^{-3}}{2}\right)^2}$$

$$\underline{\underline{v_1 = 2{,}3 \text{ m s}^{-1}}}$$

4. Pression de l'eau au premier étage.
Bernoulli :

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g z_0 + P_0$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{1}{2}\rho (v_0^2 - v_1^2) + \rho g (z_0 - z_1) + P_0$$

$$\boxed{P_1 = \frac{1}{2}\rho\left(v_0^2 - v_1^2\right) - \rho g \times h_1 + P_0} \qquad (h_1 = z_1 - z_0)$$

$$= \frac{1}{2}\, 1{,}0\times10^3\left((1{,}3)^2 - (2{,}3)^2\right) - 1{,}0\times10^3 \times 9{,}8 \times 4{,}8 + 1{,}5\times10^5$$

$$P_1 = \underline{\underline{1{,}0}} \times 10^5 \text{ Pa}$$

5. Pression au premier étage en été.

Fluide statique : $P_1 - P_0 = \rho g (z_0 - z_1)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{P_1 = P_0 - \rho . g . h_1}$$

$$= 1{,}5\times10^5 - 1{,}0\times10^3 \times 9{,}8 \times 4{,}8$$

$$P_1 = \underline{\underline{1{,}0}} \times 10^5 \text{ Pa}$$

6. Période qui impacte la canalisation.

$P_1 = P_1 \quad \Rightarrow$ c'est identique toute l'année

Ex 21

21 Souffle au cœur

Exploiter des informations ; mobiliser et organiser ses connaissances ; effectuer des calculs.

L'aorte thoracique est une artère qui transporte le sang chargé de dioxygène à partir du cœur vers les organes ; l'aorte est considérée comme cylindrique de diamètre D.

Un patient présente une sténose aortique congénitale : dès sa naissance, son aorte présentait un rétrécissement anormal de diamètre d égal à un cinquième du diamètre D.

Ce patient, lors de l'auscultation, a un pouls de 70 pulsations par minute. À chaque pulsation cardiaque, le cœur du patient envoie $V = 75\ \text{cm}^3$ de sang, liquide incompressible, dans l'aorte.

1. Vérifier que le débit volumique sanguin dans l'aorte est $D_v = 8{,}8 \times 10^{-5}\ \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

2. La valeur v_A de la vitesse du sang dans l'aorte, mesurée lors d'une échographie Doppler, est $0{,}31\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Calculer le diamètre D de l'aorte.

3. Calculer la valeur v_R de la vitesse dans le rétrécissement.

4. Un souffle est entendu de façon permanente si v_R dépasse $6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Un souffle est-il entendu lors de l'auscultation du patient présentant une sténose aortique congénitale ?

1. Débit volumique dans l'aorte .

$$D_v = \frac{V_{sang}}{\Delta t} = \frac{75 \times 10^{-6}}{60/70} = \underline{\underline{8{,}8 \times 10^{-5}\ m^3 \cdot s^{-1}}}$$

(70 pulsations par 60 s)
⇒ une pulsation en $\frac{60}{70}$ seconde

2. Diamètre de l'aorte.

$$D_v = S_A \times v_A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \times v_A$$

$$\Rightarrow \boxed{D = 2\sqrt{\frac{D_v}{\pi \times v_A}}}$$

$$D = 2\sqrt{\frac{8,8 \times 10^{-5}}{\pi \times 0,31}} = 1,9 \times 10^{-2} \text{ m ou } \underline{\underline{1,9}} \text{ cm}$$

3. Vitesse du sang dans le rétrécissement.

Fluide incompressible $\Rightarrow$ $D_{V_A} = D_{V_R}$

$$D_{V_A} = S_R \times v_R$$

$$\Rightarrow \quad v_R = \frac{D_{VA}}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$\boxed{v_R = \frac{D_{VA}}{\pi \left(\frac{D}{5 \times 2}\right)^2}} \qquad \left(\text{car } d = \frac{D}{5}\right)$$

$$= \frac{8,8 \times 10^{-5}}{\pi \times \left(\frac{1,9 \times 10^{-2}}{5 \times 2}\right)^2}$$

$$v_R = \underline{\underline{7,8}} \text{ m.s}^{-1} > 6 \text{ m.s}^{-1}$$

4.

$\Rightarrow$ on entend un souffle permanent

Ex 22

22 À chacun son rythme

Tuyau d'arrosage

Faire un schéma adapté ; effectuer des calculs ; rédiger une explication.

Commencer par résoudre l'énoncé compact. En cas de difficultés, passer à l'énoncé détaillé.

Un particulier a placé, sur son installation d'arrosage, un réducteur de pression. Il permet de maintenir constante la pression de l'eau, au niveau de l'entrée d'un tuyau d'arrosage raccordé au réducteur, à une valeur maximale de 3,0 bar (1 bar = 1×10^5 Pa).
Un tuyau cylindrique de diamètre d'entrée $d_E = 15$ mm est fixé à la sortie du réducteur de pression. L'autre extrémité est munie d'un embout, ou lance d'arrosage, de diamètre de sortie $d_S = 10$ mm.
L'eau est considérée comme incompressible avec $\rho_{eau} = 1{,}00 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$. En écoulement permanent indépendant du temps, la vitesse de l'eau à l'entrée du tuyau a pour valeur $v_E = 7{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La lance d'arrosage et le raccord du tuyau au réducteur sont supposés être à la même altitude. La pression atmosphérique est $P_{atm} = 1{,}01$ bar.

Énoncé compact

Montrer qu'en cycle d'arrosage, la pression à l'entrée du tuyau est compatible avec celle que le réducteur de pression peut maintenir.

Énoncé détaillé

1. Schématiser la situation en plaçant les positions E et S.
2. Quelle est la pression P_S de l'eau à la sortie du tuyau ?
3. Exprimer le débit volumique de l'eau en E, puis en S, en fonction des diamètres du tuyau et des valeurs de vitesse.
4. Calculer la valeur v_S de la vitesse de l'eau à la sortie de la lance d'arrosage.
5. À l'aide de la relation de Bernoulli, calculer la pression P_E d'entrée de l'eau dans le tuyau.
6. Montrer qu'en cycle d'arrosage, la pression à l'entrée du tuyau est compatible avec celle que le réducteur de pression peut maintenir.

Données

- On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

- Intensité de la pesanteur : $g = 10\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\rho v_E^2 + \rho g z_E + P_E = \frac{1}{2}\rho v_S^2 + \rho g z_S + P_S$$

$z_E = z_S$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\rho v_E^2 + P_E = \frac{1}{2}\rho v_S^2 + P_S$$

$$\Rightarrow \quad P_E = P_S + \frac{1}{2}\rho\left(v_S^2 - v_E^2\right)$$

L'eau étant incompressible $\Rightarrow$ $D_{V_E} = D_{V_S}$

$$S_E \times v_E = S_S \times v_S$$

$$\Rightarrow \quad v_S = \frac{S_E \times v_E}{S_S}$$

$$= \frac{\pi\left(\frac{d_E}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{d_S}{2}\right)^2} \times v_E$$

$$v_S = \left(\frac{d_E}{d_S}\right)^2 \times v_E$$

Donc $\quad P_E = P_S + \frac{1}{2}\rho\left(\left(\frac{d_E}{d_S}\right)^4 \times v_E^2 - v_E^2\right)$

$$\boxed{P_E = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\left(\left(\frac{d_E}{d_S}\right)^4 - 1\right) \times v_E^2}$$

$P_S = P_{atm}$

$$= 1{,}01 \times 10^5 + \frac{1}{2}\, 1{,}00 \times 10^3 \left(\left(\frac{15}{10}\right)^4 - 1\right) \times (7{,}0)^2$$

$$= \underline{\underline{2{,}0}} \times 10^5 \ \mathrm{Pa}$$ ou $2{,}0$ bar $< 3{,}0$ bar

$\Rightarrow$ la pression d'entrée est compatible

Ex 23

23 Histoire des sciences

Eurêka !

Extraire et exploiter des informations ;
mobiliser et organiser ses connaissances.

Le roi HIÉRON II, tyran de Syracuse au IIIe siècle avant notre ère, soupçonne l'orfèvre qui a fabriqué sa couronne, censée être en or massif, d'y avoir mis un mélange d'or et d'argent. La couronne a bien la même masse que l'or fourni à l'orfèvre pour sa réalisation, mais le roi demande tout de même à ARCHIMÈDE de vérifier s'il y a tromperie, sans abîmer la couronne.

Alors qu'ARCHIMÈDE, aux bains publics, se plonge dans un bain chaud et le fait déborder, il s'écrie soudainement : « *Eurêka, Eurêka* ! » (« J'ai trouvé ! »). Il court nu – dit la légende –, jusqu'à son habitation pour énoncer : **« Un corps plongé dans un liquide déplace un volume de ce liquide égal à son propre volume. »**

Par comparaison des volumes d'eau déplacée par la couronne et par un volume équivalent en or, il pourra trancher.

1. a. Calculer le volume V_1 d'une couronne en or massif de masse $m = 2{,}00$ kg.

b. Montrer que le volume V_2 de cette couronne est $1{,}12 \times 10^{-1}$ L si l'orfèvre a substitué 10 % de la masse d'or par de l'argent.

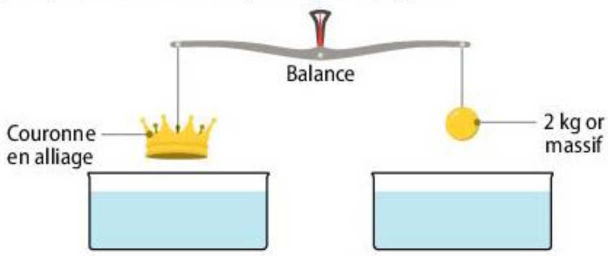
c. Justifier qu'il est peu probable qu'ARCHIMÈDE ait pu conclure en réalisant l'expérience qu'il imagine.

2. a. On conçoit une autre expérience en immergeant complètement la couronne dans un récipient contenant de l'eau. Indiquer les caractéristiques de la poussée d'Archimède $\vec{F}_p$ exercée par l'eau sur la couronne si elle est en or massif.

b. Répondre à la même question si l'orfèvre a substitué 10 % de la masse d'or par de l'argent.

3. Calculer la valeur du poids de la couronne en or massif de masse m.

4. Lors de l'expérience schématisée ci-dessous, prévoir de quel côté penche le fléau de la balance lorsque les deux objets, de même masse, sont immergés.



Données

- Masses volumiques :
$\rho_{argent} = 1{,}050 \times 10^4\ kg \cdot m^{-3}$;
$\rho_{or} = 1{,}930 \times 10^4\ kg \cdot m^{-3}$;
$\rho_{eau} = 1{,}000 \times 10^3\ kg \cdot m^{-3}$.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ N \cdot kg^{-1}$.

1. a. Volume de la couronne

$$V_1 = \frac{m}{\rho_{or}} = \frac{2}{1{,}930 \times 10^4} = \underline{\underline{1{,}04}} \times 10^{-4} \ m^3$$

b. Volume de la couronne à 90% d'or

$$V_2 = V_{or} + V_{argent}$$

$$= \frac{m_{or}}{\rho_{or}} + \frac{m_{argent}}{\rho_{argent}}$$

$$= \frac{90\% \ m}{\rho_{or}} + \frac{10\% \ m}{\rho_{argent}}$$

$$= \frac{0{,}9 \times 2}{1{,}930 \times 10^4} + \frac{0{,}1 \times 2}{1{,}050 \times 10^4}$$

$$= \underline{\underline{1{,}12}} \times 10^{-4} \ m^3$$

c. La différence de volume entre V_1 et V_2 est difficile à voir avec la **précision** des instruments de mesure de volume de l'antiquité.

2. a. Poussée d'Archimède 100% or

$$F_{P_1} = \rho_{eau} \times V_1 \times g = \underline{\underline{1{,}02}} \ N$$

b. Poussée d'Archimède 10% argent

$$F_{P_2} = \rho_{eau} \times V_2 \times g = \underline{\underline{1{,}10}} \ N$$

3. Poids de la couronne 100% or

$$P = m \cdot g = 2{,}00 \times 9{,}81 = \underline{\underline{19{,}6}} \ N$$

4. Fléau de la balance

De chaque côté la somme des forces est : $\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{F_p}$

Avec l'orientation $\Rightarrow \sum F = P - F_p$

(alliage)

$\Rightarrow \quad \sum F_1 = P - F_{p_1}$ et $\sum F_2 = P - F_{p_2}$

(100% or) $= 19{,}6 - 1{,}02$ $\qquad = 19{,}6 - 1{,}10$

$= 18{,}6\ N \quad > \quad = 18{,}5\ N$

$\Rightarrow$ La balance penche côté 100% or donc à droite

Ex 24

24 Résolution de problème

Fiche 1 p. 452

Jet d'eau

| Construire les étapes d'une résolution de problème.

- La hauteur théorique prévue pour le jet d'eau du roi Fahd est-elle celle observée ?

A Un jet d'eau impressionnant

Le jet d'eau du roi Fahd est l'emblème de la ville de Djeddah en Arabie Saoudite. L'eau est éjectée avec une vitesse de valeur 375 km·h^{-1} ; la hauteur du jet peut atteindre 312 m. L'eau liquide est supposée incompressible.

Données

- La pression atmosphérique est reliée à l'altitude z par :

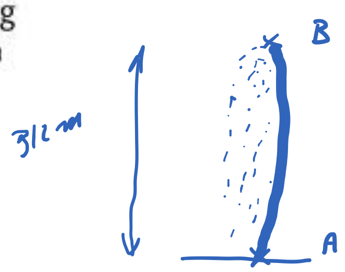
$$P_{atm} = P_0 \times e^{-k \times z}$$

avec $P_0 = 1{,}01 \times 10^5$ Pa et $k = 1{,}14 \times 10^{-4}$ m^{-1}.

- On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible comme l'eau en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}.
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1{,}00 \times 10^3$ kg·m^{-3}.



$$P_{atm_B} = P_0 \times e^{-k \times z_B}$$

$$= 1{,}01 \times 10^5 e^{(-1{,}14 \times 10^{-4} \times 312)}$$

$$= 9{,}75 \times 10^4 \text{ Pa}$$

Bernoulli $\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B$

Sachant que : $\begin{cases} P_A = P_0 \quad \text{et} \quad P_B = P_{atm\,B} \\ v_B = 0 \\ z_B - z_A = h \end{cases}$

$$\Rightarrow \qquad h = \frac{P_0 - P_{atm\,B} + \frac{1}{2}\rho v_A^2}{\rho \times g}$$

$$= \frac{1{,}01\times10^5 - 3{,}75\times10^4 + \frac{1}{2}\times1{,}00\times10^3\times(104)^2}{1{,}00\times10^3\times 9{,}81}$$

⚠ $m.s^{-1}$

$$= \underline{\underline{552\ m}} \quad > 312\ m$$

En réalité il y a beaucoup de frottements de l'air sur la colonne d'eau.

Ex 26

26 Sonde de Pitot

Exploiter des informations ; effectuer des calculs ; mobiliser et organiser ses connaissances ; faire un schéma adapté.

Un hors-bord est équipé notamment d'une sonde de Pitot qui permet de déterminer la valeur *v* de sa vitesse. Cette sonde, placée sur la coque du bateau, est immergée.

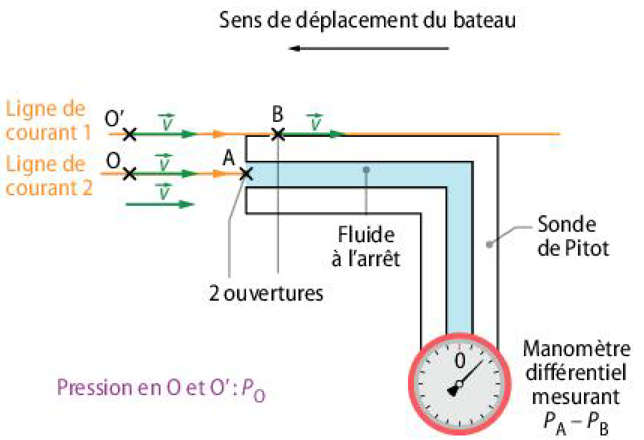
L'eau est considérée comme un fluide incompressible.

A **Applications des sondes de Pitot**

Une sonde de Pitot (Henri PITOT, 1695-1771) sert à mesurer la valeur de la vitesse d'un écoulement de fluide. Inventée en 1732, elle a ensuite été améliorée par Henry DARCY, puis par Ludwig PRANDTL.

Actuellement, des sondes de Pitot sont fréquemment utilisées pour mesurer la valeur de la vitesse d'un avion ou d'un bateau.

B **Schéma de principe d'une sonde de Pitot**



Dans un référentiel lié au bateau, l'eau se déplace à une vitesse de valeur v. Son vecteur vitesse représenté sur le schéma est orienté vers la droite.

Dans un référentiel lié à l'eau supposée immobile, le bateau se déplace à une vitesse de même valeur v. Le vecteur vitesse du bateau est, lui, orienté vers la gauche.

La différence de pression mesurée par le manomètre permet de calculer la valeur v de la vitesse du bateau.

La différence de coordonnées verticales entre O et O', ou entre A et B est négligeable.

1. a. Justifier que les pressions en O' et B sont identiques.
b. La position A est appelée point d'arrêt : la valeur de la vitesse du fluide y est nulle. Le long de la ligne de courant 2, justifier que P_A est supérieure à P_O.
c. En déduire que la valeur v de la vitesse en O est :

$$v = \sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho_{eau}}}$$

2. La différence de pression mesurée par le manomètre différentiel est $\Delta P = 3{,}30 \times 10^3$ Pa.
Calculer la valeur v de la vitesse du hors-bord.

3. La limitation dans la zone de navigation est 5 nœuds. Le hors-bord est-il en infraction ?

Données

- On considère que la relation de Bernoulli peut s'appliquer le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible en écoulement permanent indépendant du temps. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- 1 nœud = 1 mile marin par heure = $1{,}852\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1{,}000 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

1. a. Pressions en O' et en B

Bernoulli : $\frac{1}{2}\rho v_{O'}^2 + \rho g z_{O'} + P_{O'} = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B$

$$\begin{cases} z_{O'} = z_B \\ v_{O'} = v_B = v \quad (\text{sur le schéma}) \end{cases}$$

$\Rightarrow \qquad P_{O'} = P_B$

b. Montrer que P_A supérieur à P_O.

Bernoulli : $\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho .g. z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_O^2 + \rho g z_O + P_O$

$$\left.\begin{array}{l} z_A = z_O \\ v_A = 0 < v_O = v \end{array}\right\} \Rightarrow \qquad P_A > P_O$$

c. Vitesse du bateau

$z_{O'} \simeq z_O \Rightarrow P_O \simeq P_{O'} = P_B$ et $v_{O'} = v$

$\Rightarrow \qquad P_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v^2$

$\Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho}}$ c.q.f.m

2. Calcul de la vitesse

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}30 \times 10^3}{1{,}00 \times 10^3}} = \underline{\underline{2{,}57 \ m.s^{-1}}}$$

3. limitation de vitesse

$v_{lim} = 5$ noeuds $= 5 \times 1{,}852 = 9{,}26$ km.h^{-1}

$= \underline{\underline{2{,}57}}$ m.s^{-1} $= v$

$\Rightarrow$ le hors-bord est juste à la limite de la vitesse